পরিশিষ্ট ক

প্রাণী, সবজি, নাকি মন্ত্রী?

ধরুন a ও b সমান ১। তাহলে a ও b সমান।

অতএব, আমরা লিখতে পারি

b2 = ab (সমীকরণ ... ১)

আবার a তো নিজের সমান। অতএব, লিখতেই পারি

a2 = a2 (সমীকরণ ... ২)

২ নং সমীকরণ থেকে ১ নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই

a2 – b2 = a2 – ab (সমীকরণ ... ৩)

সমীকরণের উভয়পক্ষকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ করি।

a2 – b2 = (a + b) (a - b)। আবার a2 – ab = a (a – b)। (এখন পর্যন্ত সন্দেহজনক কিছুই করিনি। সবকিছুই গাণিতিকভাবে নির্ভুল। পরীক্ষা করে দেখতে চাইলে সংখ্যা বসিয়ে দেখুন।) তাহলে ৩ নং সমীকরণ থেকে পাচ্ছি

(a + b) (a – b) = a (a – b) (সমীকরণ ... ৪)

এখনও সব ঠিক আছে। এবার উভয় পক্ষকে (a – b) দিয়ে ভাগ করি।

a + b = a (সমীকরণ ... ৫)

দুই পক্ষ থেকে a বিয়োগ করি।

b = 0 (সমীকরণ ... ৬)

তবে শুরুতেই b সমান ১ ধরেছিলাম। তার মানে

১ = ০ (সমীকরণ ... ৭)

এটা খুব গুরুত্বপূর্ণ এক ফলাফল। আরও সামনে যাওয়া যাক। আমরা জানি, হুসেইন মুহাম্মদ এরশাদের একটি মাথা ছিল। কিন্তু ৭ নং সমীকরণ বলছে, এক আর শূন্য সমান। তার মানে এরশাদের কোনো মাথা নেই। আবার এরশাদের পাঞ্জাবি নেই। তার মানে একটি পাঞ্জাবি আছে। ৭ নং সমীকরণের দুই পক্ষকে ২ দিয়ে গুণ করি।

২ = ০ (সমীকরণ ... ৮)

এরশাদের দুটি পা ছিল। তার মানে তার কোনো পা ছিল না। দুটি বাহু ছিল। মানে একটিও ছিল না। এবার ৭ নং সমীকরণকে এরশাদের কোমরের সাইজ দিয়ে গুণ করি।

এরশাদের কোমরের সাইজ = ০ (সমীকরণ ... ৯)

মানে তার কোমরই ছিল না।

এবার আসুন তার গায়ের রং দেখি। তার গা থেকে আসা একটি আলোকরশ্মি নিন। একটি ফোটন কণা নিন। ৭ নং সমীকরণকে তরঙ্গদৈর্ঘ্য দিয়ে গুণ করুন।

এরশাদের ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য = ০ (সমীকরণ ... ১০)

তবে ৭ নং সমীকরণকে ৬৪০ ন্যানোমিটার দিয়ে গুণ করলে পাই

৬৪০ = ০ (সমীকরণ ... ১১)

১০ ও ১১ সমীকরণ মিলিয়ে পাই

এরশাদের ফোটনের তরঙ্গদৈর্ঘ্য = ৬৪০ ন্যানোমিটার

এর মানে এরশাদের গা থেকে আসা ফোটনের রং কমলা (যার তরঙ্গদৈর্ঘ্য ৬৪০ ন্যানোমিটার)। তারমানে এরশাদের গায়ের রং কমলা।

সারকথা হলো, আমরা গাণিতিকভাবে প্রমাণ করলাম, এরশাদের কোনো বাহু বা পা নেই। এরশাদের কোনো মাথা নেই। তবে একটি পাঞ্জাবি আছে। নেই কোনো কোমর। আর গায়ের রং হলো কমলা। এরশাদ অবশ্যই একটি গাজর। (এটা প্রমাণ করার সহজ উপায় আছে। ৭ নং সমীকরণের দুই পাশে ১ যোগ করলে পাব

২ = ১

এরশাদ আর গাজর দুটি আলাদা জিনিস। অতএব, তারা একই জিনিস।)

এ প্রমাণে অসুবিধা কোথায়? ভুল হইছে একটিমাত্র জায়গায়। ৪ নং সমীকরণ থেকে ৫ নং সমীকরণে যাওয়ার সময় এ ভুলটা হয়েছে। আমরা ভাগ দিয়েছিলাম (a – b) দিয়ে। কিন্তু ভাল করে খেয়াল করুন। a এবং b দুটোরই মান ১। অতএব a – a = 1 – 1 = 0। আমরা শূন্য দিয়ে ভাগ করেছি। আর পেয়েছি হাস্যকর সমীকরণ ১ = ০। এখান থেকে আমরা যা ইচ্ছা তাই প্রমাণ করতে পারব। হোক তা সত্য বা মিথ্যা। গণিতের পুরো কাঠামো ধ্বসে পড়েছে আমাদের চোখের সামনে।

ভুলভাবে ব্যবহার করলে শূন্য যুক্তিকে ধ্বংস করে দিতে পারে।

পরিশিষ্ট খ

সোনালি অনুপাত

একটি রেখাকে দুই ভাগ করুন। কাজটা করুন একটি নিয়ম মেনে। ভাগ করার পরে ছোট ও বড় অংশের অনুপাত বড় ও অংশ ও পুরো অংশের অনুপাতের সমান হতে হেব।

হিসাব সহজ করতে মনে করুন, ছোট অংশ ১ ফুট লম্বা। আর বড় অংশকে ধরুন x ফুট। তাহলে পুরো রেখার দৈর্ঘ্য (x + 1) ফুট।

বীজগণিত খাটিয়ে দেখা যাবে ছোট ও বড় অংশের অনুপাত 1/x।

আর বড় অংশ ও পুরো রেখার অনুপাত x / (x + 1)।

আমরা জানি, ছোট ও বড় অংশের অনুপাত বড় ও অংশ ও পুরো অংশের অনুপাতের সমান। অতএব

x/(x +1) = 1/x

আমরা এখান থেকে x-এর মান বের করব। এটাই সোনালি অনুপাত (golden ratio)। উভয়পক্ষকে x দিয়ে গুণ করে পাই

x2 / (x + 1) = 1

এবার গুণ দেব (x + 1) দিয়ে। তাহলে পাব

x2 = x + 1

উভয় পক্ষ থেকে (x + 1) বিয়োগ দিলে

x2 - x - 1 = 0

এবার আমরা দ্বিঘাত সমীকরণটা সমাধান করতে পারি। পাব দুটি সমাধান। (1+√5)/2 এবং (1 - √5)/2। এ দুটির শুধু প্রথমটিই ধনাত্মক। যার মান ১.৬১৮। গ্রিকদের কাছে শুধু ধনাত্মক সংখ্যাকেই অর্থপুর্ণ মনে হত। অতএব সোনালী অনুপাতের আসন্ন মান ১.৬১৮।

পরিশিষ্ট গ

অন্তরকের আধুনিক সংজ্ঞা

বর্তমানে অন্তরক খুব মজবুত ভিত্তির ওপর দাঁড়িয়ে আছে। কারণ এর সংজ্ঞা দেওয়া হয় লিমিটের মাধ্যমে। একটি ফাংশন f(x) এর অন্তরকের (যাকে f’(x) দ্বারা প্রকাশ করা হয়) সংজ্ঞা হলো

f’(x) = limε→0 {f(x+ε) – f(x)}/ε

এর মাধ্যমে আমরা কীভাবে নিউটনের কূটকৌশল থেকে মুক্তি পাই তা বুঝতে হলে নিউটনের ফ্লুক্সোনের উদাহরণটা দেখা যাক। সেখানে ছিল f(x) = x2 + x +1। তার অন্তরক হবে

f’(x) = imε→0 {(x + ε)2 + x + ε + 1 – (x2 + x + 1)}/ ε

গুণ করে পাব

f’(x) = imε→0 (x2 + 2εx + ε2 + x + ε + 1– x2 - x - 1)/ ε

এখন x2, x ও 1 কাটাকাটি চলে যায়। বাকি থাকে

f’(x) = imε→0 (2εx + ε + ε2)/ε

লব ও হরকে ε দিয়ে ভাগ করে পাই (মনে রাখতে হবে ε সবসময় অশূন্য। আমরা এখনও লিমিট বসাইনি)

f’(x) = imε→0 (2x + 1 + ε) এবার আমরা লিমিট নেব। ε-কে শূন্যের কাছে যেতে দেব। তাহলে পাব

f’(x) = 2x + 1 + 0 = 2x + 1

এটাই আমাদের কাঙ্খিত ফলাফল। চিন্তার সামান্য পরিবর্তন। কিন্তু এতেই ঘটে গেল কত বড় ব্যবধান!